

- CARME FLORIT SELMA va llegir la seva tesi, dirigida per David Nualart Rodón, titulada *Problema de martingala i aproximació en llei per difusions amb dos paràmetres*, el dia 18 de març de 1999. La tesi correspon al Departament d'Estadística de la Universitat de Barcelona.

La memòria es divideix en dues parts:

A la segona part s'obté un resultat d'aproximació de difusions per a una equació estocàstica hiperbòlica en el pla governada per un procés de Wiener amb dos paràmetres. La llei límit queda caracteritzada com la solució d'un problema

de martingala. Es demostra l'equivalència entre existència i unicitat de solució feble per a una equació diferencial estocàstica en el pla i existència i unicitat de solució del corresponent problema de martingala per a processos amb dos paràmetres.

- JOSÉ M. GALLARDO MOLINA va llegir la seva tesi, dirigida per Xavier Mora Giné, titulada *Ecuaciones diferenciales con condiciones de contorno no-separadas. Generación de semigrupos analíticos*, el dia 14 de juliol de 1999. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Estudiem la generació de semigrups analítics en $L^p(a, b)$. $1 \leq p \leq \infty$, per operadors diferencials de segon ordre: $l(u) = u'' + p(x)u' + q(x)u$, amb condicions de contorn $B_1(u) = B_2(u) = 0$. Cada condició de contorn pot ser: (a) No-separada: $\alpha u(a) + \beta u'(a) + \gamma u(b) + \delta u'(b) = 0$. (b) Integral: $\int_a^b R(t)u(t)dt + \int_a^b S(t)u'(t)dt = 0$.

En el cas de dues condicions no-separades obtenim que l'operador associat genera un se-

migrup analític en cada espai $L^p(a, b)$, $1 \leq p \leq \infty$, quan les condicions de contorn son Birkhoff-regulars.

Quan alguna de les condicions de contorn (o ambdues) és integral, obtenim resultats anàlegs en $L^1(a, b)$.

Per últim, estudiem una generalització dels resultats anteriors al cas n -dimensional.

- NATALIA CASTELLANA VILA va llegir la seva tesi, dirigida per Carles Broto Blanco, titulada *Representacions homotòpiques de grups p -compactes*, el dia 26 de novembre de 1999. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

La noció de grup de Lie va ser introduïda el segle passat i, des de llavors, el seu estudi ha esta una de les grans àrees d'interès dins de la matemàtica. Un grup de Lie G és una varietat diferenciable amb una estructura de grup tal que les aplicacions producte i invers són diferenciables.

Als anys 30 es consolida el programa per entendre les propietats homotòpiques dels grups de Lie que els caracteritzen, és a dir, interpretar les propietats dels grups de Lie en termes purament homotòpics, amb els treballs sobre la seva homologia i cohomologia.

Sigui p un nombre primer fixat. Un grup p -compacte és una tripleta (X, BX, e) on X és un espai \mathbb{F}_p -finit ($H^*(X; \mathbb{F}_p)$ és un \mathbb{F}_p -espai vectorial finit), BX és un espai puntejat p -complet ($BX \simeq BX_p$) i $e : X \rightarrow \Omega BX$ és una equi-

valència.

Primer de tot cal observar que si G és un grup de Lie compacte tal que $\pi_0 G$ és un p -grup, aleshores $(\hat{G}_p, B\hat{G}_p, \hat{e}_p)$ és un grup p -compacte. Moltes propietats dels grups de Lie compactes es poden reinterpretar com a propietats homotòpiques dels seus espais classificadors, de manera que la propietat corresponent estén a la categoria dels grups p -compactes. Per exemple, tot grup p -compacte té un tor maximal i grup de Weyl W_X .

A partir d'ara p serà un número primer senar. El principal resultat del treball és la demostració de l'existència d'un monomorfisme en un grup unitari per tot grup p -compacte simplement connex i la factorització d'aquest monomorfisme a través d'una grassmanniana p -àdica de Quillen.

Teorema 1. Tot grup p -compact simplement connex admet un monomorfisme en $U(n)_p$ per algun n .

Teorema 2. Tot grup p -compact simplement connex admet un monomorfisme en una grass-

manniana p -àdica de Quillen.

- MÒNICA SARRÀ ROVIRA va llegir la seva tesi, dirigida per Marta Sanz Solé, titulada *Densitats i trajectòries d'equacions diferencials anticipatives i equacions en derivades parcials estocàstiques*, el dia 4 de febrer de 2000. La tesi correspon al Departament d'Estadística de la Universitat de Barcelona.

La tesi consta de dues parts independents. La primera part és una contribució a l'estudi de les propietats d'una família de solucions d'unes equacions diferencials estocàstiques anticipatives. Considerem la família $\{X_t^\varepsilon, t \in [0, 1]\}$ de processos estocàstics a \mathbb{R}^d indexada pel paràmetre $\varepsilon \in (0, 1]$, solució de l'equació diferencial estocàstica anticipativa

$$X_t^\varepsilon = X_0^\varepsilon + \sqrt{\varepsilon} \int_0^t \sum_{j=1}^k \sigma_j(X_s^\varepsilon) \circ dW_s^j + \int_0^t \sigma_0(X_s^\varepsilon) ds.$$

A aquesta equació $W = \{W_t^j, 1 \leq j \leq k, t \in [0, 1]\}$ és un moviment Brownià estàndard k -dimensional, $\sigma_j : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d, j = 0, \dots, k$ i $\{X_0^\varepsilon, \varepsilon \in (0, 1]\}$ són vectors aleatoris no necessàriament adaptats a la filtració associada al procés de Wiener. El terme de la integral estocàstica és definida com una integral de Stratonovich anticipativa. Sigui $t \in (0, 1], y \in \mathbb{R}^d$ i denotem per $p_t^\varepsilon(y)$ la densitat de la llei de X_t^ε en y , si existeix. El nostre propòsit és trobar Estimacions de Varadhan per $p_t^\varepsilon(y)$ quan $\varepsilon \downarrow 0$.

És a dir, trobarem l'estimació de la fita superior per $\limsup_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon \log p_t^\varepsilon(y)$, i una estimació de la fita inferior per $\liminf_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon \log p_t^\varepsilon(y)$.

La segona part és una contribució a l'estudi de les equacions estocàstiques en derivades parcials. Estudiarem la propietat de Hölder, continuïtat d'una classe de processos Gaussians obtinguts per la integral estocàstica d'algunes funcions deterministes a valors en l'espai de distribucions respecte d'alguna mesura martingala blanca en temps i correlacionada en espai. Les condicions estaran donades en funció de la covariància de l'integrador. Com aplicació estudiarem la Hölder continuïtat en espai i en temps de la solució de l'equació d'ona semilineal amb dimensió del paràmetre espai $d \in \{1, 2, 3\}$. Utilitzarem el criteri de continuïtat de Kolmogorov i tècniques d'anàlisi harmònic. Finalment, estudiarem la Hölder continuïtat en temps i espai de la solució de l'equació de la calor no lineal amb $d \geq 1$. En aquest cas utilitzarem la propietat de semigrup de la solució fonamental de l'equació de la calor, el mètode de factorització i el criteri de Kolmogorov.

- AMAURI GUTIÉRREZ HERNÁNDEZ va llegir la seva tesi, dirigida per Anna Sánchez Lladó, titulada *Descomposiciones de grafos regulares*, el dia 17 de febrer de 2000. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II, de la Universitat Politècnica de Catalunya.

El treball desenvolupat a la present tesi tracta tres problemes clàssics de la teoria de grafs en el context de grafs regulars: descomposicions, empaquetaments i generalitzacions del concepte de graf línia.

El capítol 2, està dedicat a l'estudi de les descomposicions minimalis de grafs regulars en arbres. Una descomposició en arbres d'un graf \mathbb{G} , és una família d'arbres aresta-disjunts tals

que els seus conjunts d'arestes recobreixen el conjunt d'arestes de \mathbb{G} . El nombre mínim d'arbres en una descomposició d'aquest tipus es denota per $\tau(\mathbb{G})$. Demostrem, fent ús de les connectivitats d'ordres superiors, que $\tau(\mathbb{G}) = \alpha(\mathbb{G})$ per a tot graf regular de n vèrtexs i grau $d \geq n/2$, sent $\alpha(\mathbb{G})$ l'arbrecitat del graf. Donem a més, una família de grafs que mostren que aquesta fita és la millor possible. El capítol con-

clou amb l'estudi de descomposicions de grafs de Cayley en boscos isomorfs. Demostrem que si \mathbb{S} és un conjunt generador quasiminimal d'un grup Γ i \mathbb{F} és un bosc orientat amb $|\mathbb{S}|$ arestes, llavors el graf de Cayley $Cay(\Gamma, \mathbb{S})$ admet una \mathbb{F} -descomposició.

En el capítol 3 tractem el problema dels empaquetaments de grafs regulars. Es planteja el problema de determinar, donat un graf regular \mathbb{G} , el menor enter $N_0(\mathbb{G})$ per al qual existeix un graf connex regular \mathbb{G} -descomponible diferent de \mathbb{G} . Per analitzar aquest problema, s'introdueix un nou paràmetre, el número d'empaquetament d'un graf. S'utilitza aquest paràmetre, per a obtenir fites generals de $N_0(\mathbb{G})$, i es donen

- JOAN GIMBERT QUINTILLA va llegir la seva tesi, dirigida per Miguel Ángel Fiol Mora, titulada *Aplicacions de la teoria espectral a l'estudi dels dígrafs densos*, el dia 5 d'abril de 2000. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Telemàtica de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Una de les aplicacions de la teoria de grafs, com és la modelització de xarxes d'interconnexió, va motivar la formulació de certs problemes d'optimització discrets, entre ells el problema grau/diàmetre, i el consegüent interès per l'estudi de certes classes de dígrafs anomenats densos. Contribuir a aquest estudi —pel que fa a qüestions d'existència, enumeració i obtenció d'invariants gràfics— emprant bàsicament eines algebraiques (espectrals) ha estat l'objectiu principal d'aquesta tesi. Per fer-ho hem traduït les qüestions anteriors en termes matricials i aritmètics.

El problema grau/diàmetre per a dígrafs consisteix a determinar el nombre màxim de vèrtexs que pot tenir un dígraf fixats el seu grau màxim de sortida i diàmetre. Es coneix una fita natural per aquest ordre òptim, anomenada fita de Moore, la qual només és assolida pels dígrafs cicles i pels dígrafs complets. Aquesta limitació suggereix estudiar per a quins valors del grau i diàmetre existeixen dígrafs d'ordre proper (una unitat menys) a la inassolible fita, anomenats dígrafs quasi de Moore. Això equival a cercar matrius binàries que satisfacin una equació del tipus on J és la matriu tota d'uns i P és una matriu de permutació que commuta amb A ; és a dir, P representa un automorfisme del dígraf que té a A com a matriu d'adjacència. Relacionant l'espectre d'una possible solució A amb l'estructura cíclica de la permutació associada

fites ajustades pels valors de $N_0(\mathbb{G})$ per a grafs regulars densos.

Finalment, en el capítol 4, estudiem una de les generalitzacions del graf línia recentment introduïda per Bagga, Beineke i Varma, que es coneix com super graf línia. Ens plantejem el problema de la determinació, en grafs densos i complets bipartits, del número de completitud $l_c(\mathbb{G})$ d'un graf \mathbb{G} , o sigui, el menor enter r , tal que el super graf línia d'índex, $L_r(\mathbb{G})$, és un graf complet. Introduïm un nou paràmetre, el nombre residual d'arestes d'un graf, per a l'estudi d'aquest problema. S'obté una expressió per a $l_c(\mathbb{G})$, i fites superiors ajustades de tipus espectral.

a P , hem deduït noves condicions necessàries per a l'existència d'un dígraf quasi de Moore i hem conclòs la seva enumeració per a diàmetre dos, en la qual ens ha aparegut l'estructura de dígraf línia com una propietat extremal. Arran d'aquest fet hem estudiat per a quines equacions matricials i polinòmiques del tipus pot garantir-se que totes les seves $(0, 1)$ -solucions corresponen a dígrafs línia.

En el cas bipartit també es disposa d'una fita tipus Moore per a l'ordre, en funció dels graus màxims de sortida i del diàmetre k , la qual únicament s'aconsegueix per a $k = 2$ (dígraf bipartit complet) i $k = 3, 4$. Emprant la teoria de matrius circulants hem reformulat la cerca de nous dígrafs bipartits òptims de diàmetre tres en termes additius i això ens ha permès construir noves solucions per a graus no primers. L'interès per aquestes solucions es veu reforçat pel fet de constituir la base de noves famílies de dígrafs bipartits densos, resultants d'aplicar la tècnica del dígraf línia iterat, i per la caracterització que hem deduït relativa als dígrafs bipartits òptims de diàmetre $k = 4, 5$, la qual ens remet la seva enumeració al cas $k = 3$.

Pel que fa a la determinació de propietats gràfiques deduïbles de l'espectre, hem presentat un mètode per al còmput dels anomenats cicles curts, el qual apliquem a certes famílies de dígrafs asimptòticament òptims com són, per exemple, els dígrafs de Kautz.

- JOSÉ A. LUBARY MARTÍNEZ va llegir la seva tesi, dirigida per Joan de Solà-Morales i Rubió, titulada *Multiplicidad y valores propios no reales en problemas de contorno para ecuaciones diferenciales definidas sobre redes*, el dia 10 d'abril de 2000. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I, de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Considerem una xarxa connexa finita de M braços i N nusos, en què admetem la possibilitat que els braços siguin múltiples, és a dir, que hi hagi diversos braços que uneixen la mateixa parella de nusos; o també que siguin bucles, és a dir, que uneixin un nus amb ell mateix, i que els nusos siguin terminals, és a dir, rebin un sol braç.

Els braços podran ser, en principi, arcs que connecten parelles de nusos, o un nus amb ell mateix. En qualsevol cas, acceptarem que poden ser parametritzats de forma que es puguin identificar com intervals reals $[-l_i, l_i]$, ($i = 1, \dots, M$).

Aquest treball està dedicat, per una part, a l'estudi de la multiplicitat de solucions del problema estacionari

$$\begin{aligned} a^i(x)u_i''(x) + b^i(x)u_i'(x) + c^i(x)u_i(x) \\ + f^i(x) = 0, \quad x \in [-l_i, l_i], \quad (i = 1, \dots, M), \end{aligned} \quad (1)$$

sota les condicions

$$u_{j1}(e_{j1}) = u_{j2}(e_{j2}) = \dots = u_{jk}(e_{jk}) \quad (2)$$

per a cada nus interior j en què conflueixen els braços $j1, j2, \dots, jk$ coincidint els extrems $e_{j1}, e_{j2}, \dots, e_{jk}$, i

$$\begin{aligned} \alpha_{j1}u_{j1}^{(e)}(e_{j1}) + \dots + \alpha_{jk}u_{jk}^{(e)}(e_{jk}) \\ + \beta_j u(j) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

en tots els nusos, on $u^{(e)}$ significa derivada exterior o cap el nus de coincidència j , i $u(j)$ és el valor comú en j , d'acord amb (2).

S'estudia també el problema de valors propis associat:

$$\begin{aligned} a^i(x)u_i''(x) + b^i(x)u_i'(x) + c^i(x)u_i(x) \\ + \lambda u_i(x) = 0, \quad (i = 1, \dots, M), \end{aligned} \quad (4)$$

sota les condicions (2) y (3).

En el capítol 2 s'obté una cota superior pel nombre de solucions independents del problema estacionari citat anteriorment, i es veu que aquesta fita és òptima en el sentit que s'agafa si s'elegeixen adequadament els coeficients de les equacions diferencials definides en un graf donat.

El capítol 3 està dedicat a estudiar condicions perquè els operadors associats a aquests problemes siguin autoadjunts respecte d'alguna mètrica.

En el capítol 4 s'estudia amb certa profunditat el problema quan el graf és al més simple possible amb cicles, i s'obtenen diversos resultats sobre existència d'infinitos valors propis i infinitos valors propis no reals, i les seves respectives multiplicitats geomètrica i algebraica, mostrant, en particular, el caràcter no autoadjunt, respecte de cap mètrica, de l'operador associat en determinades condicions.

Finalment, el capítol 5 mostra que la condició necessària i suficient perquè qualsevol operador diferencial de segon ordre definit sobre cert graf sigui autoadjunt, respecte d'alguna mètrica, és que aquest graf sigui un arbre.